

# Übungsaufgaben zum Kernwissentest über die Inhalte der Klasse 10 (G9)

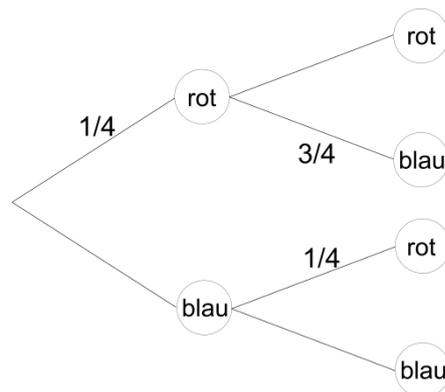
## 1. Thema: Vierfeldertafeln und Baumdiagramme

**Aufgabe 1.1:** Über die Zusammensetzung der 150 Schüler einer Jahrgangsstufe 10 eines Gymnasiums ist bekannt: 40% der Schüler sind Jungen. Von den Mädchen haben 30% schon einmal geraucht, bei den Jungen beträgt der Anteil sogar 50%.

- Erstelle aus den Daten eine Vierfeldertafel mit absoluten Häufigkeiten.
- Eine Person aus dem Jahrgang wird zufällig ausgewählt. Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Person schon einmal geraucht hat.
- Eine Person, die schon einmal geraucht hat, wird zufällig ausgewählt. Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Person ein Junge ist.

**Aufgabe 1.2:** In einer Urne sind rote und blaue Kugeln. Es werden nacheinander zwei Kugeln gezogen.

- Ergänze die fehlenden Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm.
- Gib die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zwei rote Kugeln gezogen werden.
- Gib  $P(\text{rot} | \text{blau})$  an.



## 2. Thema: Potenzen

**Aufgabe 2.1:** Vereinfache die Terme soweit wie möglich. Schreibe die Potenzen ohne negative Exponenten.

a)  $(-2)^4$

d)  $-a^3 \cdot b^2 \cdot (-a)^2 \cdot b$

g)  $3^{1-x} \cdot 3^{2x-1}$

b)  $(-3^2)^{-1}$

e)  $\frac{x^4 \cdot y \cdot x^3}{x \cdot y^3 \cdot x^2}$

h)  $\sqrt{\sqrt{x^4}}$

c)  $(x^{-1})^{-2}$

f)  $\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x}$

i)  $\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[6]{x}}$

**Aufgabe 2.2:** Ersetze x durch passende Exponenten.

a)  $(2^2)^x = 2^{12}$

d)  $(2 \cdot 3)^4 = 36^x$

b)  $a^2 \cdot a^x = a^5$

e)  $(2^{x+1})^2 = 1024$

c)  $\frac{r^x}{r^2} = 1$

f)  $c^4 \cdot c^{-x} = c^2$

**Aufgabe 2.3:** Gib an, wie viele Lösungen die Gleichungen haben, und gib die Lösungen als ganze Zahl oder mithilfe einer Wurzel an.

a)  $x^3 = -8$

d)  $3x^5 - 12 = 72$

b)  $x^2 = 5$

e)  $x^4 = -12$

c)  $x^6 + 4 = 44$

f)  $3x^2 + 16 = 12$

## 3. Thema: Kreise und Körper

**Aufgabe 3.1:** Berechne die fehlenden Größen! Gib den Umfang und den Flächeninhalt dabei als Vielfache von  $\pi$  an. (Auf der nächsten Seite geht es weiter.)

	r	d	U	A
a)			$6\pi m$	
b)		$0,5 cm$		
c)				$16\pi dm^2$
d)	$20 mm$			

**Aufgabe 3.2:** Ein Halbkreis hat einen Radius von 8 cm. Berechne die Bogenlänge und den Flächeninhalt. (Beide Ergebnisse können als Vielfache von  $\pi$  angegeben werden.)

**Aufgabe 3.3:** Eine im Durchmesser 24 cm große Pizza kostet 7 €. Der Durchmesser wird nun verdoppelt und die Pizza soll dann 27,50 € kosten. Begründe, ob dieser Preis „mathematisch“ gerechtfertigt ist!

**Aufgabe 3.4:** Gib die Formeln für das Volumen und den Oberflächeninhalt eines Zylinders an.

**Aufgabe 3.5:** a) Stelle die Formel  $V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$  (Kegelvolumen) nach h und nach r um.

b) Ein Kegel hat das Volumen  $100 cm^3$  und die Höhe 10 cm. Gib einen Term für den Radius der Grundfläche an.

#### 4. Thema: Quadratische Funktionen und Gleichungen (aus Jahrgang 9)

**Aufgabe 4.1:** Gib den Scheitelpunkt der Parabel an:

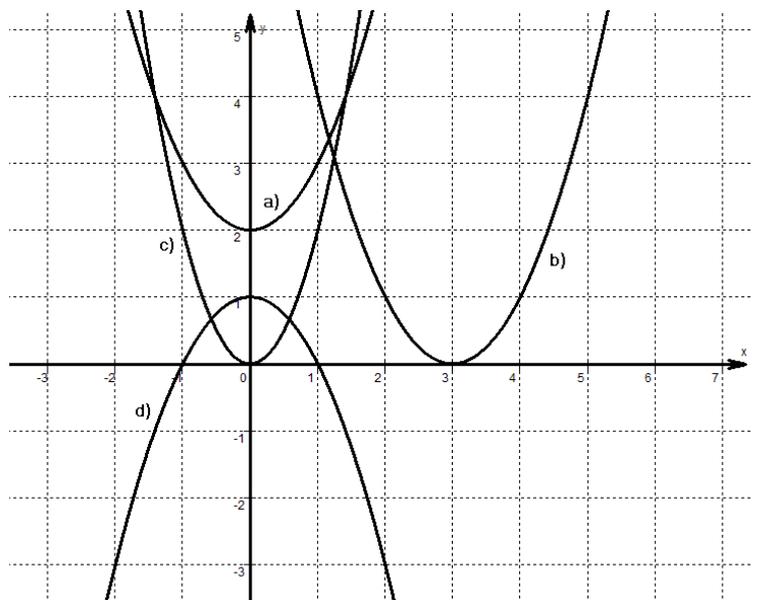
- a)  $f(x) = (x - 1)^2 + 4$                       b)  $f(x) = -2(x + 3)^2 - 3,5$   
c)  $f(x) = x^2 + 6x - 3$                       d)  $f(x) = -2x^2 + 8x - 16$

**Aufgabe 4.2:** Gib eine Funktionsgleichung der erhaltenen Parabel an:

- a) Die Normalparabel wurde um 2 nach rechts und um 4 nach oben verschoben.  
b) Die Normalparabel wurde mit dem Faktor 1,5 in y-Richtung gestreckt, an der x-Achse gespiegelt und um 4 nach unten verschoben.  
c) Die Normalparabel wurde um 3 nach links und um 2 nach oben verschoben und schließlich mit dem Faktor 0,5 in y-Richtung gestreckt.

**Aufgabe 4.3:** Von einer Parabel ist bekannt:

- a) Die Parabel entstand aus der Normalparabel (nur) durch Verschieben. Sie hat den Scheitelpunkt  $S(-2|5)$ .  
b) Die Parabel entstand aus der Normalparabel (nur) durch Verschieben. Sie hat die Gerade mit der Gleichung  $x=3$  als Symmetrieachse und verläuft durch den Punkt  $P(2|2)$ . Fertige eine Skizze an und gib eine Funktionsgleichung an.



**Aufgabe 4.4:** Gib jeweils eine Funktionsgleichung für die nebenstehenden Graphen an!

**Aufgabe 4.5:** Für welche Zahl ist das Produkt aus der um 6 verkleinerten Zahl und dem Dreifachen der ursprünglichen Zahl am kleinsten?

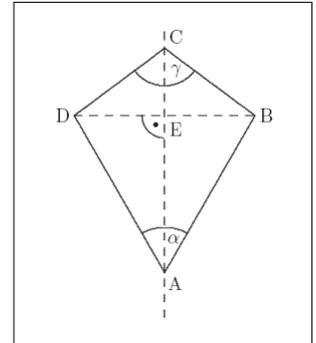
## 5. Thema: Trigonometrie (aus Jahrgang 9, TR darf zum Berechnen von Sinus- und Kosinuswerten verwendet werden.)

**Aufgabe 5.1:** Skizziere jeweils das Dreieck ABC und berechne die fehlenden Winkelgrößen und Seitenlängen!

- a)  $\alpha = 90^\circ$       b)  $\beta = 90^\circ$       c)  $\gamma = 90^\circ$   
 $\gamma = 46^\circ$                        $\alpha = 28^\circ$                        $a = 2,1\text{dm}$   
 $a = 12\text{cm}$                        $c = 8\text{cm}$                        $c = 25\text{cm}$

**Aufgabe 5.2:** Von der 23,8 m hohen Plattform eines Leuchtturms aus sieht man mit einem Fernrohr ein vor Anker liegendes Schiff unter dem Tiefenwinkel  $12,9^\circ$ .

Wie weit ist das Schiff horizontal entfernt, wenn sich das Fernrohr 1,60m über der Plattform befindet?



**Aufgabe 5.3:** Von einem Drachenviereck (siehe Abbildung) sind bekannt:  $\alpha = 70^\circ$ ,  $\overline{AB} = 5,2\text{ cm}$  und  $\overline{AC} = 12,3\text{ cm}$ . Berechne  $\overline{BC}$  und  $\overline{BD}$  auf eine Dezimale und  $\gamma$  auf  $1^\circ$  genau!

**Aufgabe 5.4:** Eine Leiter der Länge 4,70 m wird an eine senkrechte Wand gelehnt. Ihr Fußpunkt muss mindestens 1m, aber höchstens 2 m von der Wand entfernt sein. Zwischen welchen Werten kann sich der Winkel zwischen Fußboden und Leiter „bewegen“?

## Lösungen zur Aufgabensammlung Klasse 10

### 1. Thema: Vierfeldertafeln und Baumdiagramme

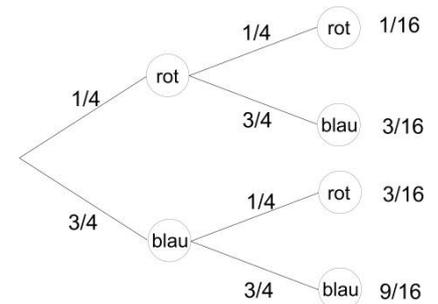
**Aufgabe 1.1:**

- b)  $P(\text{geraucht}) = \frac{57}{150}$   
c)  $P(\text{Junge}|\text{geraucht}) = \frac{30}{57}$

	geraucht	nicht geraucht	Summe
Junge	30	30	60
Mädchen	27	63	90
Gesamt	57	93	150

**Aufgabe 1.2:** In einer Urne sind rote und blaue Kugeln. Es werden nacheinander zwei Kugeln gezogen.

- b)  $P(\text{zweimal rot}) = \frac{1}{16}$   
c)  $P(\text{rot}|\text{blau}) = \frac{1}{4}$



### 2. Thema: Potenzen

**Aufgabe 2.1:**

- a)  $(-2)^4 = 16$                       d)  $-a^3 \cdot b^2 \cdot (-a)^2 \cdot b = -a^5 \cdot b^3$                       g)  $3^{1-x} \cdot 3^{2x-1} = 3^x$   
b)  $(-3^2)^{-1} = -\frac{1}{9}$                       e)  $\frac{x^4 \cdot y \cdot x^3}{x \cdot y^3 \cdot x^2} = \frac{x^4}{y^2}$                       h)  $\sqrt{\sqrt{x^4}} = |x|$   
c)  $(x^{-1})^{-2} = x^2$                       f)  $\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x} = x$                       i)  $\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[6]{x}} = x$

**Aufgabe 2.2:**

- a)  $(2^2)^x = 2^{12}$        $x = 6$                       c)  $\frac{r^x}{r^2} = 1$        $x = 2$   
b)  $a^2 \cdot a^x = a^5$        $x = 3$                       d)  $(2 \cdot 3)^4 = 36^x$        $x = 2$

e)  $(2^{x+1})^2 = 1024 \quad x = 4$

f)  $c^4 \cdot c^{-x} = c^2 \quad x = 2$

**Aufgabe 2.3:**

a) eine Lösung  $x = -\sqrt[3]{8} = -2$

d) eine Lösung  $x = \sqrt[5]{28}$

b) zwei Lösungen  $x = \sqrt{5} \vee x = -\sqrt{5}$

e) keine Lösung

c) zwei Lösungen  $x = \sqrt[6]{40} \vee x = -\sqrt[6]{40}$

f) keine Lösung

**3. Thema: Kreise und Körper**

**Aufgabe 3.1:**

	r	d	U	A
a)	3 m	6 m	6π m	9π m <sup>2</sup>
b)	0,25 cm	0,5 cm	0,5π cm	$\frac{1}{16}\pi \text{ cm}^2$
c)	4 dm	8 dm	8π dm	16π dm <sup>2</sup>
d)	20 mm	40 mm	40π mm	400π mm <sup>2</sup>

**Aufgabe 3.2:**  $b = 8\pi \text{ cm} \quad A = 32\pi \text{ cm}^2$

**Aufgabe 3.3:** Der doppelte Durchmesser führt zum vierfachen Flächeninhalt, d.h. die Pizza müsste 28 € kosten, wenn bei beiden Pizzen der Preis pro cm<sup>2</sup> gleich wäre.

**Aufgabe 3.4:**  $V = \pi \cdot r^2 \cdot h \quad O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$

**Aufgabe 3.5:** a)  $h = \frac{3V}{\pi r^2} \quad r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}} \quad \text{b) } r = \sqrt{\frac{30}{\pi}} \text{ cm}$

**4. Thema: Quadratische Funktionen und Gleichungen (aus Jahrgang 9)**

**Aufgabe 4.1:** a) S(1|4) (Tiefpunkt)      b) S(-3|-3,5) (Hochpunkt)  
 c)  $f(x) = (x + 3)^2 - 12$  S(-3|-12) (Tiefpunkt)      d)  $f(x) = -2(x - 2)^2 - 8$  S(2|-8) (Hochp.)

**Aufgabe 4.2:** a)  $f(x) = (x - 2)^2 + 4$       b)  $f(x) = -1,5x^2 - 4$       c)  $f(x) = 0,5(x + 3)^2 + 1$   
 (Beachte die Reihenfolge: Erst verschieben, dann strecken!).

**Aufgabe 4.3:** a)  $f(x) = (x + 2)^2 + 5$       b)  $f(x) = (x - 3)^2 + b$ , b ist unbekannt.  
 $x = 2, y = f(2) = 2$  einsetzen:  $2 = 1 + b$  führt zu  $b = 1$  und  $f(x) = (x - 3)^2 + 1$

**Aufgabe 4.4:** a)  $f(x) = x^2 + 2$       b)  $f(x) = (x - 3)^2$       c)  $f(x) = 2x^2$       d)  $f(x) = -x^2 + 1$

**Aufgabe 4.5:** Die gesuchte Zahl ist x.  $f(x) = 3x \cdot (x - 6)$  soll minimal werden.  
 Nullstellen von  $f(x)$  sind  $x_1 = 0$  und  $x_2 = 6$ . Der x-Wert des Scheitelpunktes liegt wegen der Achsensymmetrie mitten zwischen den Nullstellen, also ist  $x = 3$  die gesuchte Zahl.  
 Das Produkt  $3 \cdot 3 \cdot (3 - 6) = -27$  ist am kleinsten.

**5. Thema: Trigonometrie (aus Jahrgang 9)**

**Aufgabe 5.1:** a)  $c = 8,63 \text{ cm}; b = 8,34 \text{ cm}; \beta = 44^\circ$       b)  $a = 4,25 \text{ cm}; b = 9,06 \text{ cm}; \gamma = 62^\circ$   
 c)  $b = 13,58 \text{ cm}; \beta = 32,9^\circ; \alpha = 57,1^\circ$

**Aufgabe 5.2:** ca. 111 m

**Aufgabe 5.3:** Achtung!  $\alpha$  ist der „ganze“ Winkel.  $\beta$  ist nicht gleich  $90^\circ$ , also muss erst die Hälfte von BD berechnet werden!  
 $\overline{BD} = 5,97 \text{ cm}; \overline{AE} = 4,26 \text{ cm}; \overline{CE} = 8,04 \text{ cm}; \overline{BC} = 8,58 \text{ cm}; \gamma \approx 41^\circ$

**Aufgabe 5.4:** Zwischen  $64,8^\circ$  und  $77,7^\circ$  (keine proportionale Zuordnung Abstand  $\rightarrow$  Winkelgröße!).