

0 Vorbemerkungen

Hinweis zur Gültigkeit der Vorgaben:

Die formalen Vorgaben wurden in der Fachkonferenz Mathematik am 9.10.2014 beschlossen.

Die hier zusammengestellten Schreibweisen sollen im Unterricht umgesetzt werden, um sicher zu stellen, dass die verwendeten Schreibweisen fachgruppenübergreifend von den Fachlehrer/innen als angemessen akzeptiert werden.

Auf die Umsetzung der Vorgaben ist bereits in der Sekundarstufe I zu achten.

Die formalen Vorgaben sind eine „Richtschnur“ für Lehrkräfte und Schüler/innen. Sie enthalten daher zahlreiche Beispiele von Formulierungen, um die Darstellung zu verdeutlichen.

Anmerkung:

Die Darstellung enthält an vielen Stellen Beispiele für vollständige bzw. fachsprachlich fehlerfreie Darstellungen. Diese sind als Vorschläge zu sehen, die (gerade auch für die Schüler/innen) der Verdeutlichung dienen, und müssen natürlich nicht wörtlich übernommen werden.

Grundsätzliches zur Darstellung der Lösungen

- Die vollständige Bearbeitung einer Aufgabe umfasst i.d.R. drei Schritte, und zwar: den Lösungsansatz - die Durchführung der Lösung - das Ergebnis.
Für unvollständige Lösungen kann es nicht die volle Punktzahl geben.
- Generell gilt, dass das Fehlen notwendiger Erläuterungen zu Punktabzug führt. Enthalten die Erläuterungen wiederholt formale/fachsprachliche Fehler, führt auch dies zu Punktabzug (natürlich wird weniger abgezogen als bei fehlenden Erläuterungen).
- Erläuterungen bei formalisierten Abläufen (z.B. bei der Bestimmung von Extrempunkten) können stichwortartig erfolgen (s. Ausführungen zur Analysis). In allen anderen Fällen haben Erläuterungen die Form von vollständigen (knappen) Sätzen.
- Es ist darauf zu achten, dass die Erläuterungen sich auf das Wesentliche konzentrieren (keine Beschreibung des Rechenweges), da die Schüler/innen sonst im Abitur zeitlich nicht zurechtkommen.
- Die Vermischung von mathematischer Schreibweise und einer Darstellung, die die Form der TR-Eingabe wiedergibt, ist grundsätzlich als fehlerhaft zu werten.

- Rundungen werden in „angemessener Form“ vorgenommen. Es kann eine grundsätzliche Vereinbarung geben (z.B. 2 Stellen nach dem Komma), von der in begründeten Fällen abgewichen wird. Ein Gleichheitszeichen (statt \approx) vor gerundeten Ergebnissen wird geduldet/akzeptiert.
- Die Angabe von Einheiten innerhalb von Rechnungen wird nicht verlangt. Die erstmalige Angabe einer Einheit beim Endergebnis soll dann auch vermieden werden, so dass die Einheit erst im Antwortsatz erscheint.
- Logische Zeichen, wie z.B. Äquivalenzzeichen, werden in dem Umfang erwartet, in dem sie im Unterricht verwendet/verlangt wurden

Operatoren

„Berechnen“ heißt bei Aufgaben mit Taschenrechner-Einsatz „Ergebnisse von einem Ansatz ausgehend gewinnen“ und verlangt nur den Ansatz, aber keine Lösungsschritte.

Im hilfsmittelfreien Teil erfordert der Operator „berechne“ dagegen die Angabe eines nachvollziehbaren Lösungsweges mit Rechnung.

„Bestimmen“ bzw. „ermitteln“ heißt - ebenfalls bezogen auf TR-Einsatz - „Einen möglichen Lösungsweg darstellen und das Ergebnis formulieren“, so dass dieser Operator einen Ansatz und zumindest die Skizzierung eines Lösungsweges erfordert.

(Zur Veranschaulichung können z.B. die Aufgaben des Zentralabiturs dienen!)

I Analysis

Folgende Formulierungen bzw. Schreibweisen werden als fachsprachlich bzw. formal fehlerhaft markiert (ohne Punktabzug):

- Fehlerhafter Gebrauch der Begriffe Funktion, Funktionsterm, Stelle bzw. Punkt, z.B. „die Funktion $f(x)$ “ statt „die Funktion f “.
- $\int_a^b f(x)$ statt $\int_a^b f(x)dx$
- Grenzwerte: Existiert der Grenzwert nicht, so ist die folgende Darstellung angemessen (s. auch Lehrbuch): $x \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow \infty$. Die Schreibweise $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \rightarrow \infty$ wird ebenfalls akzeptiert. Schreibweise bei uneigentlichen Integralen: $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x)dx = 7$. ($\int_a^\infty f(x)dx = 7$ wird akzeptiert.)

Folgende Darstellungen bzw. Formulierungen werden erwartet:

Bei Aufgaben, die Teile einer Funktionsuntersuchung beinhalten, sind folgende stichwortartige Erläuterungen erforderlich:

- „Notwendige Bedingung: $f'(x)=0$ “, wenn ein lokales Extremum gesucht wird.
„Hinreichende Bedingung“ bedeutet $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$.
Wurde nur $f''(x) \neq 0$ gefordert, ist die Aussage formal fehlerhaft.
Alternativ kann die Formulierung: „Überprüfung der möglichen Extremstellen“ verwendet werden, dann reicht der Ansatz $f''(x_E) \neq 0$.
- Die Angabe von Lösungen in diesem Zusammenhang sollte folgendermaßen formuliert werden:
„Die Funktion hat an der Stelle ($x=$) 3 das (lokale) Maximum 0“ oder „... hat im Punkt (3/5) ein (lokales) Maximum“ bzw. „... einen Hochpunkt“.
- Die Aussage „Ich setze die Funktionen gleich“ (vergleiche mit S. 3 – Geradengleichungen) ist als fachsprachlich fehlerhaft zu kennzeichnen.

Vollständigkeit des Lösungsweges

- „Berechne“ (s.o. Operatoren) verlangt bei TR-Einsatz keine Lösungsschritte, d.h. $\int_0^5 x dx = 12,5$ ist die vollständige Lösung (ein Hinweis auf die Nutzung des TR ist aber erforderlich, dafür reicht z.B. der Hinweis „CAS“, z.B. hinter dem Ergebnis oder über dem Gleichheitszeichen).
- Wurde der Operator „bestimme“ bzw. „ermittle“ verwendet, reicht die einfache Lösung nicht und es müssen Lösungsschritte angegeben werden.
- Bei Funktionsbestimmungen aus vorgegebenen Bedingungen (Trassierungen usw.) können die Gleichungen direkt aus den Bedingungen abgeleitet werden. Z.B. E(3|5) ist Extrempunkt – Daraus kann direkt folgen: $f(3)=5$ und $f'(3)=0$ ohne weitere Erläuterung.
Das zugehörige LGS oder die Koeffizientenmatrix ist anzugeben. Dann kann nach einem Hinweis auf die Lösungsmethode (solve bzw. CAS) die Lösung direkt angegeben werden.

II Analytische Geometrie/Lineare Algebra

Folgende Formulierungen bzw. Schreibweisen werden als fachsprachlich bzw. formal fehlerhaft markiert:

- Vektoren ohne Pfeil,
- Ist als Ergebnis ein Punkt anzugeben, ist nur die formal richtige Darstellung

$A(1|2|3)$ richtig, Formfehler, wie z.B. $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, führen bei wiederholtem Auftreten zu Punktabzug.

Folgende Formulierungen werden erwartet:

- Die Formulierung: „Ich setze die Ebenengleichungen gleich“ wird akzeptiert, im Unterricht wird auf mathematisch einwandfreie Formulierungen geachtet und z.B. von Ebenentermen gesprochen.

Vollständigkeit des Lösungsweges

- Bestimmung des Schnittpunktes von zwei Geraden usw.: Es werden folgende Angaben erwartet: Lösungsansatz: $\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} + l \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$ Danach entweder:
 - die Koeffizientenmatrix und die mit dem TR vereinfachte Matrix und die Lösungen (mit Hinweis auf das genutzte Hilfsmittel, z.B. CAS) oder
 - eine Antwort der Form „Mit der Solve-Funktion erhält man folgende Lösungen: ...“

Die Lösung ist geometrisch zu interpretieren. Bei unterbestimmten Gleichungssystemen darf die TR-Schreibweise wiedergegeben werden, ist dann aber in eine mathematisch korrekte Schreibweise zu übersetzen, also z.B. $x=t, y=5-t$.

- Länge eines Vektors: Lautet die Aufgabe „bestimme“, muss die Formel ersichtlich sein, also $|\vec{x}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}$, lautet die Aufgabe „berechne“, kann die Formel fehlen. Ein Hinweis auf den Einsatz des TR ist dann erforderlich.
- Skalarprodukt zweier Vektoren: Die Angabe des Ergebnisses reicht aus. Enthält der Vektor eine Variable, wird eine ausführlichere Darstellung erwartet. Beispiel:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ a \\ 6 \end{pmatrix} = 4 + 2a + 18 = 22 + 2a$$

- Lineare Abhängigkeit von Vektoren: Bei zwei Vektoren wird der Begriff „Parallelität von Vektoren“ geduldet, zum Nachweis reicht hier die Angabe einer wahren Gleichung aus, z.B. $\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
- Winkelberechnung: Die Formel muss ersichtlich sein, also z.B.

$$\cos \alpha = \frac{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \right|} \approx 0,9764 \Rightarrow \alpha \approx \arccos(0,9764) \approx 12,9^\circ \text{ oder } \alpha \approx \cos^{-1}(0,9764) \approx 12,9^\circ$$

III Stochastik

Folgende Formulierungen bzw. Schreibweisen werden als fachsprachlich bzw. formal fehlerhaft markiert: ---

Folgende Formulierungen werden erwartet: ---

Schreibweise und Vollständigkeit des Lösungsweges

- Mittelwert bzw. Erwartungswert:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n), \text{ d.h. die Schreibweise „mit Pünktchen“ ist üblich, ebenso}$$
$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i.$$

Die Angabe der allgemeinen Form der Formel ist nicht zwingend erforderlich, es können auch gleich die konkreten Zahlen eingesetzt werden.

- Binomialverteilung: Die grundlegenden Informationen müssen angegeben werden, also z.B. n , p , k . Die Tatsache, dass es sich um ein Bernoulliexperiment bzw. eine Binomialverteilung handelt, ist zu erwähnen. Eine Begründung dafür wird nur bei einer entsprechenden Aufgabenstellung verlangt.

Die genauere Kennzeichnung der Zufallsvariablen ist gerade bei schwierigeren Aufgaben hilfreich und sollte den Schüler/innen nahegelegt werden.

- Die Darstellung eines Ereignisses ist auch in ausformulierter Form möglich, also z.B. $P(\text{Alle Zahlen sind gerade})=0,25$.
- Lösung bei Binomialverteilungen: Es findet grundsätzlich keine Vermischung von mathematischer Schreibweise und TR-Eingabe statt.

$P(X \leq k) =$ Endergebnis, dazu kann eine Nebenrechnung gehören, die die Form der TR-Eingabe angibt, hier also $\text{binomcdf}(n,p,k) =$ Endergebnis.

Die hier vorgegebene Schreibweise wird auf die Fälle $P(X=k)$ Und $P(a \leq X \leq b)$ übertragen

Alternativ kann zumindest bei $P(X=k)$ auch die Schreibweise $P(X = k) = B_{n,p}(k)$ verwendet werden (s. Lehrbuch), aus der die Parameter abgelesen werden können.

- Binomialverteilung mit unbekannter Anzahl n bzw. unbekannter Wahrscheinlichkeit p :
Der Ansatz erfolgt auch hier in der oben angegebenen Form, die TR-Eingabe wird als Nebenrechnung notiert, Die Lösungsmethode (Auswertung der TR-Tabelle bzw. grafische Lösung, d.h. Schnittpunktsbestimmung des Graphen mit der Geraden mit der Gleichung $y=p$) ist anzugeben.
- Vertrauensintervalle:
Es können zur Berechnung sowohl die hergeleitete exakte Formel als auch die Näherungsformeln aus dem Buch bzw. der Formelsammlung verwendet werden, wenn sie im Unterricht hergeleitet worden sind.
Als Lösungsansatz ist die verwendete Formel erforderlich, außerdem müssen die grundlegenden Informationen angegeben werden, also n , k , h .
Die Rechnung kann in jedem Fall mit dem TR durchgeführt werden.